Tema 2 Primeras ayudas de cálculo

El establecimiento de un sistema de numeración y el desarrollo de las reglas de realizar la aritmética con este sistema son únicamente los primeros pasos hacia el ganar una flexibilidad real en los procesos aritméticos. En los tiempos antiguos, la persona media probablemente no tenía necesidad de calcular más allá de una simple suma o resta, con algún requerimiento ocasional de multiplicar enteros. Los problemas que requieren un cálculo más sofisticado proceden de los campos del comercio, impuestos, calendarios y organización militar, problemas que conllevan una manipulación por personas especializadas, pero poca gente más necesitó acceso a mayor potencia de cálculo.

De todos los sistemas de numeración antiguos, solamente los chinos alcanzaron una técnica próxima a facilitar los cálculos a los no profesionales. Las operaciones más simples de suma y resta se realizan con sencillez en muchos sistemas, particularmente en los sistemas aditivos como los egipcios, griegos o romanos, pero otras operaciones como división o raíz cuadrada son muy difíciles en estos sistemas si no casi imposible. Parte del problema proviene del hecho de que en la época no existía un mecanismo fácil para escribir el enunciado del problema y anotar los resultados intermedios, de tal modo que se faciliten las operaciones a las personas que buscaban la solución. Las tablas de cera o barro no estaban disponibles en todos los lugares, debido a las diferencias climáticas o geológicas de los pueblos, mientras que el papel y el papiro no eran conocidos excepto en pequeñas áreas hasta aproximadamente 600 años a.C. Incluso después del desarrollo del proceso de fabricación del pergamino, en el año 400 a.C., este era muy caro y sólo se usaba para anotar cosas importantes, y no para realizar cálculos.

Se han desarrollado una gran variedad de diferentes ayudas al cálculo para evitar el problema de materiales de escritura adecuados. Incluso después de disponer de materiales de escritura de modo corriente, la tecnología continuó avanzando para producir dispositivos de ayuda en el proceso aritmético. Estos métodos comprenden desde el uso de los dedos hasta la sofisticada regla de cálculo deslizante, que fue de uso corriente hasta la aparición de la calculadora de mano. Entre estos dos extremos la humanidad ha desarrollado una gran variedad de ábacos, diferentes herramientas astronómicas y de navegación, las tablas de Néper, y lo que fue lo último en ayuda al cálculo hasta la aparición del computador electrónico, los logaritmos. Cada uno de estos objetos han sido empleados durante varios siglos hasta pasar de un extremo al otro del espectro. Conviene destacar que muchos de estos medios se usaban simultáneamente por la misma persona, por ejemplo logaritmos, ábaco y dedos para mantener los resultados de la operación.

2.1.- Primeras herramientas digitales.

2.1.1.- Cálculo con los dedos.

Los dedos se ha usado al menos de tres formas distintas para ayudar al cálculo. El primer método, simplemente contar con los dedos, es tan conocido y usado por los alumnos que no requiere comentario adicional. El segundo método incluye una serie de posiciones complejas de los dedos para representar números cuando la gente era analfabeta y desconocía la escritura de números, y necesitaba comunicar números pese a la barrera del idioma. Este mismo mecanismo se usaba asimismo para anotar resultados intermedios durante la ejecución de cálculos mentales. El tercer uso de los dedos es una extensión del mecanismo directo del conteo y se empleó para ampliar la capacidad de operación, incluyendo operación de multiplicación.

El uso de los dedos para indicar números es sin duda alguna el método de numeración más viejo, sin embargo está limitado en su alcance debido al hecho que sólo podemos usar 10 dedos cada vez. El hecho de usar base 20 en algunos pueblos parece ser sólo un mecanismo de presentación de información, pero no es útil para el cálculo.

En alguna época en el distante pasado, parece obvio que un buen sistema para visualizar números basado en los dedos poseería varias ventajas. Por ejemplo, en un mercado si no conoces el idioma puede ser un mecanismo fácil para comunicar que quieres 17 objetos de éstos a cambio de 13 de los que tú llevas.

Aunque éste parezca un ejemplo extremo, debe haber sido un problema real en la realización de intercambios entre diferentes pueblos en el mundo. No conocemos exactamente si se alcanzó alguna vez un sistema unificado de representación numérica, pero se sabe que existió alguno de uso extendido en el norte de África, Oriente Medio, Europa, e incluso en la India y Lejano Oriente. El sistema permitía comunicar el número a otra persona, a menudo como consecuencia de negocios, pero este mecanismo se empleaba también para realizar operaciones como se explicará después.

Se sabe por los trabajos de Herodoto, que el sistema era de uso extendido entre los griegos en el siglo V a.C., pero no nos dejó detalles, por lo que debemos asumir que es el mismo sistema de notación usado en posteriores períodos. Probablemente el sistema sea más antiguo, pero no hay ningún tipo de evidencia que indique quién y cuándo lo inició. Como única evidencia tenemos las referencias literarias a que existía algún sistema de cálculo basado en los dedos de amplio uso. Referencias posteriores se encuentran en los romanos Cicerón (106-43 a.C.) y Quintiliano (106 d.C.).

En los sermones de San Agustín (354-430 d.d.C.) se nombra a los oyentes que deben contar con los dedos y anotar sumas en las manos, e incluso realizar algunos cálculos moviendo los dedos. En su trabajo "La ciudad de Dios", se lee:

> *"Puso los dedos del cálculo, y ordenó silencio, a lo que añadió: No es para que tú conozcas las veces, por los que el Padre puso su propio poder".*

La descripción completa más antigua del sistema nos viene del siglo VIII d.d.C. en el que Nicolás de Esmirna y el monje conocido como Venerable Beda describieron el sistema de uso común por la gente. Beda (672-735), que es el más conocido de estos dos personajes, residió en las proximidades del río Tyne en la costa norte de Inglaterra. En sus días fue un prodigioso escritor y escribió varios trabajos sobre distintos asuntos, uno de ellos un tratado escrito en el 725 d.d.C. sobre el calendario asimismo con información para calcular la fecha de importantes fiestas del calendario cristiano. Esto requería que sus lectores tuviesen familiaridad con los métodos del cálculo, de tal modo que dedicó algunos capítulos de su libro a describir el sistema de usar los dedos para representar números hasta un millón, aunque es difícil que la gente usase más de 999.

Como lo describe Beda, los signos de todos los números del 1 al 99 se pueden representar sólo con la mano izquierda, usando la mano derecha para representar los números del 100 al 9900. Esto encaja en las referencias históricas, por ejemplo Juvenal (60-130 d.d.C.) escribió: *"Feliz el hombre que ha retrasado la hora de su muerte hasta el punto que puede contar sus años con la mano derecha"*. Si este es el único criterio para la felicidad de Juvenal, debe haber tenido una muerte muy triste pues él sólo pudo contar sus años con la mano izquierda.

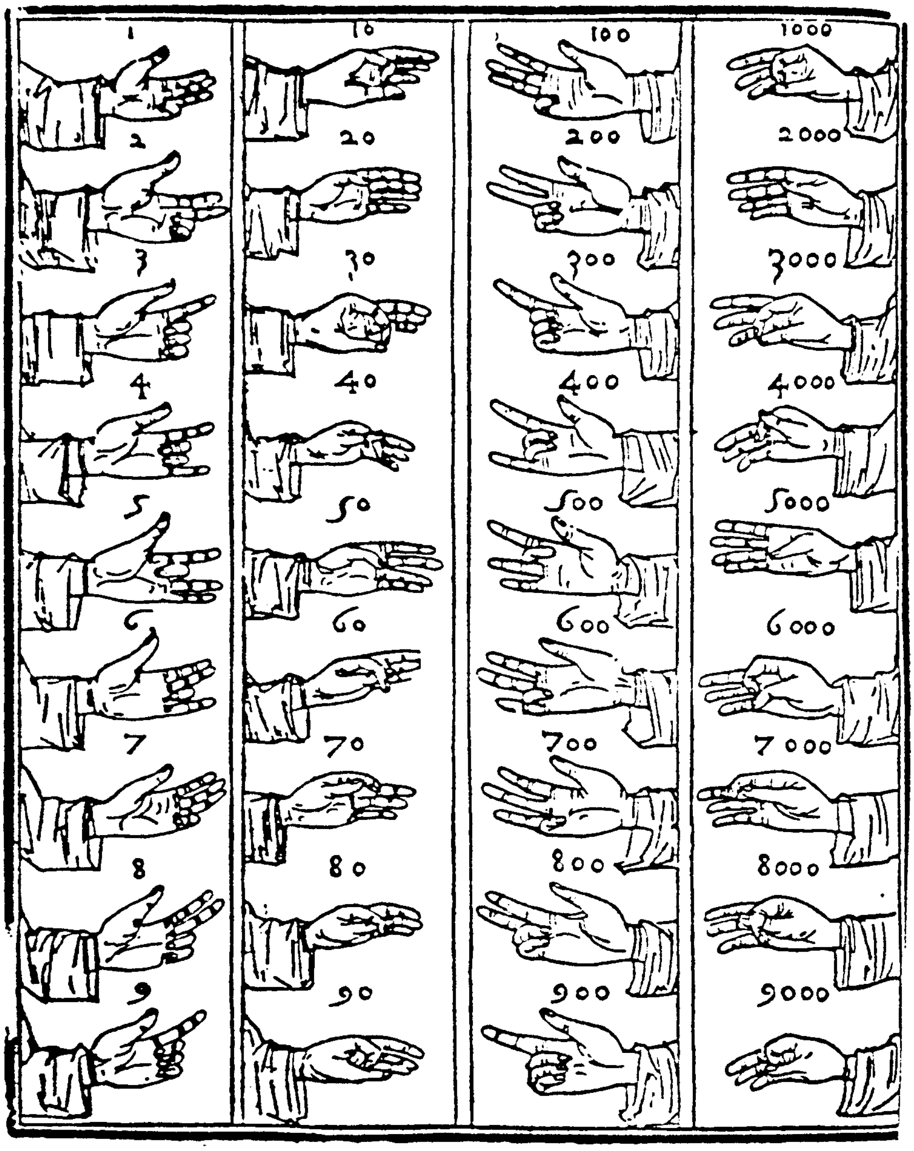

Figura 2.1 Los numerales con los dedos

Los números se expresaban con la mano extendida, los dedos extendidos, y salvo indicación en contra se mueve de un lado a otro. La Figura 2.1 muestra cómo se representan los números. El sistema usa los dedos tercero, cuarto y quinto para representar los dígitos del uno al nueve. Esto deja el pulgar y el índice libres para representar los múltiplos de 10, de forma que es posible combinando ambos sistemas para representar del 1 al 99. Algunas descripciones de Beda usan signos para representar 10.000 y 1.000.000 que se realiza tocando con las manos el cuerpo, pero este era poco conocido por todo el mundo.

De acuerdo a los sermones de San Agustín, los numerales de dedos no sólo se empleaban para la comunicación, sino que también se usaban para realizar algunas formas elementales de aritmética. Si se sabe añadir varios números, se anota el primero con los dedos, se suma verticalmente el tercero y así sucesivamente. Esto daba una sencilla solución para liberar de la cabeza un número que corresponde al resultado calculado, permitiendo centrar la atención en la operación de cálculo.

Este método tan simple para comunicar y anotar números fue reemplazado con la llegada del papel y la introducción del sistema de numeración arábigo-hindú, y con el incremento del nivel general de educación.

El otro uso más importante de los dedos para la realización de operaciones, la multiplicación, es totalmente diferente del esquema descrito anteriormente. Hoy en día es difícil imaginar que la multiplicación de pequeños enteros sea difícil para una persona educada, pero incluso en 1600 la multiplicación se dejaba para los estudios universitarios. Samuel Pepys (1633-1703) que era una persona culta para lo habitual de su época, llegando a ser secretario del Almirantazgo Británico, se vio obligado a tomar clases particulares de multiplicación y división debido a los trabajos que se le había asignado. Hasta 1800, la mayoría de gente educada sólo sabía la tabla de multiplicar hasta 5x5, por lo que no es extraño que se idease un sistema para ayudar a realizar la multiplicación fuera de este rango.

Si una persona conoce las tablas de multiplicar hasta 5x5 puede realizar mediante los dedos operaciones que ayudan a obtener el producto de cualquier entero entre 6 y 10. Una variación de este método requiere mantener las manos con la palma hacia arriba y los dedos encogidos. Para multiplicar 7x8 se extienden dos dedos de la mano izquierda (2+5=7) y tres de la mano derecha (3+5=8) (Los números se representan en exceso de 5). El producto se obtiene sumando los dedos extendidos (2+3=5) para obtener las décadas y las unidades multiplicando los dedos encogidos (3x2=6), siendo el resultado 56. Como sólo hay cinco dedos en cada mano el producto nunca excederá 5x5, por lo que sólo hace falta conocer hasta 5x5. Si el resultado del producto excede de 10 se debe sumar las decenas (obtenidas sumando los dedos extendidos) y el dígito de acarreo.

La forma más fácil e establecer esta expresión es la siguiente fórmula (e representa el número de dedos extendidos de la mano izquierda, e' el número de dedos extendidos de la mano derecha, c el número de dedos encogidos de la mano izquierda y c' el número de dedos encogidos de la mano derecha):

$$\text{Producto} = 10(e+e')+cc'$$

En general es posible extender el sistema a otros rangos, hasta 30x30

Si era necesario multiplicar números de diferentes rangos, por ejemplo 8x14, entonces el número mayor se puede dividir para obtener números en el mismo rango del número menor, por ejemplo (8x8) + (8x6). De todas maneras, la persona media no necesitaba multiplicar más allá del segundo rango. El mecanismo de multiplicación por dedos está probablemente en uso todavía en algunos lugares del mundo, siendo conocido que en Ucrania se enseña como parte de la educación elemental. Una búsqueda probablemente mostraría su enseñanza en otras partes del mundo.

Se conocen que existieron otros sistemas de notación numérica por dedos, y se han desarrollado otros para usos especiales que no han sido notados por los diferentes investigadores. Mostraremos dos métodos para ver el rango de aplicaciones en que se aplican.

El primer esquema fue desarrollado por el fraile mejicano Buenaventura Francisco de Osorio, que usaba los dedos para ayudar a los cálculos de las fechas movibles de los calendarios cristianos. Osorio describe su método en un folleto publicado en 1757. El sistema es bastante complejo, y conviene memorizar varias posiciones de la mano, así como su significado, pero realiza todos los cálculos, tarea que requiere normalmente 35 tablas y almanaques diferentes.

El segundo esquema se usaba en China y sur de la India. Consiste en emplear las juntas de cada dedo de la mano izquierda para representar los números de 1 a 10.000. Este método proporciona un esquema para visualizar números durante los viajes de negocios o su uso como acumulador de modo similar a lo descrito anteriormente. Cada dedo tiene tres juntas, y cada junta tiene tres posiciones, centro, derecha e izquierda, de modo que se puede disponer de nueve áreas separadas cada una representando un número tal y como se muestra en la Figura 2.2. Las uñas de la mano derecha pueden usarse para tocar las posiciones diferentes con lo que se representa cualquier número de cuatro dígitos. No tocar un dedo supone un cero en la posición en cuestión. Mediante una mano sobre la otra se puede representar cualquier número del 1 al 9.999.

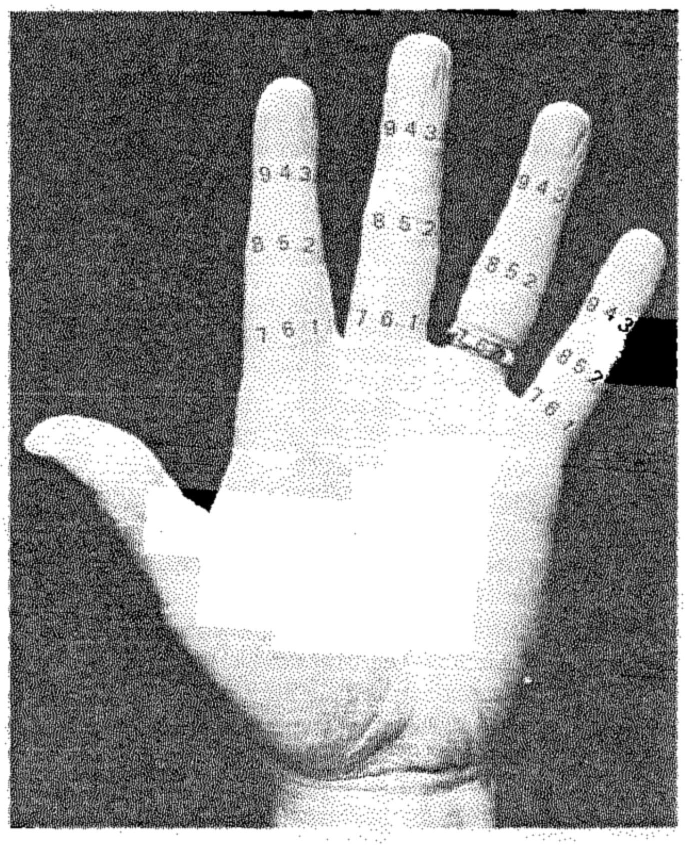

Figura 2.2 Visualización oriental de números con los dedos

2.1.2.- El ábaco.

El ábaco usualmente se considera un objeto similar al juguete de los niños. Esto es una impresión errónea ya que en las manos de un operador entrenado es una potentísima y sofisticada herramienta de cálculo. Se puede apreciar la potencia de cálculo del ábaco destacando que en 1947, Kiyoshi Matsuzake del Ministerio Japonés de comunicaciones usó un soroban (la versión japonesa del ábaco) para vencer a Tom Wood de la armada de ocupación de los EE.UU. que usaba la más moderna calculadora mecánica accionada eléctricamente, en una prueba de velocidad y precisión en el cálculo. La prueba consistía en problemas de suma y resta, suma de largas columnas de enteros, y la multiplicación de enteros. Matsuzake ganó claramente en cuatro de las cinco pruebas mantenidas, siendo batido por la calculadora electromecánica en las operaciones de multiplicación. Ambas personas estaban altamente formadas en su empleo, pero a Matsuzake le llevó varios años de entrenamiento especial para desarrollar su especialización en el uso del soroban. Esto muestra cómo, en manos de un operador entrenado, el ábaco dista mucho de ser un juguete de niños.

El origen del ábaco está, literalmente, perdido en el tiempo. Probablemente comenzó como piedras que se movían en líneas dibujadas sobre el polvo. Muchas culturas han usado el ábaco o la mesa conteo en alguna etapa de su desarrollo, pero al menos en las culturas europeas, al disponerse de papel y lápiz su uso se abandonó completamente hasta tal punto que es imposible encontrar cualquier recuerdo de su uso como parte del proceso aritmético. Hoy en día se tiende a pensar que el ábaco es algo del Lejano Oriente, debido a que es uno de los lugares donde su uso aún es notable. De hecho, el ábaco en su forma presente fue introducido en China en épocas históricas (en 1200 d.d.C.) y se tomó de aquí a Corea en el 1.400 d.d.C., y al Japón en el 1.600 d.d.C.

Aunque se sabe que el ábaco estaba en uso general en Europa hasta hace sólo 250 años, disponemos de muy poca evidencia física de su uso, particularmente en las épocas más tempranas de los griegos y romanos. Las evidencias que tenemos son comentarios de los antiguos escritores. Por ejemplo, Demóstenes (384-322 a.C.) escribió la necesidad del uso de piedras para realizar cálculos difíciles de realizar en la cabeza.

Los griegos fueron unos de los más grandes matemáticos de la historia antigua, pero tendían a dividir las matemáticas en dos estudios separados : la logística o arte de calcular; y la aritmética que fue lo que nosotros conocemos como la teoría de números. La teoría de números se consideraba importante, y como tal nos ha llegado casi entera, mientras que la logística era considerada como "vulgar juego de niños" (Platón). Así pues, si se escribió cualquier tratado sobre cómo calcular los griegos, no fue considerado digno de conservación. Sabemos que usaban una forma de mesa ábaco por las ilustraciones de un ánfora, y por una de estas mesas ábacos encontradas en las excavaciones arqueológicas, pero no conocemos en la actualidad sus métodos de cálculo más que por la referencia de Herodoto, que hablando a los egipcios decía:

> *"Escriben sus cifras y cuentan con letras, arrastrándolas a mano de derecha a izquierda, mientras que los griegos lo hacen de izquierda a derecha".*

Algunas de la evidencias físicas de la existencia del ábaco viene de las excavaciones arqueológicas griegas. En 1851 se encontró un gran ánfora de 120 cm. de alto, cubierta de dibujos de personas dedicadas a varias tareas. Este ánfora, denominado "Vaso de Darío", se encuentra en Nápoles y tiene una figura que representa a un tesorero realizando cálculos de los impuestos recaudados. Mantiene en la mano una tabla de cera, para anotar las cifras y manipula cuentas sobre una mesa con la otra.

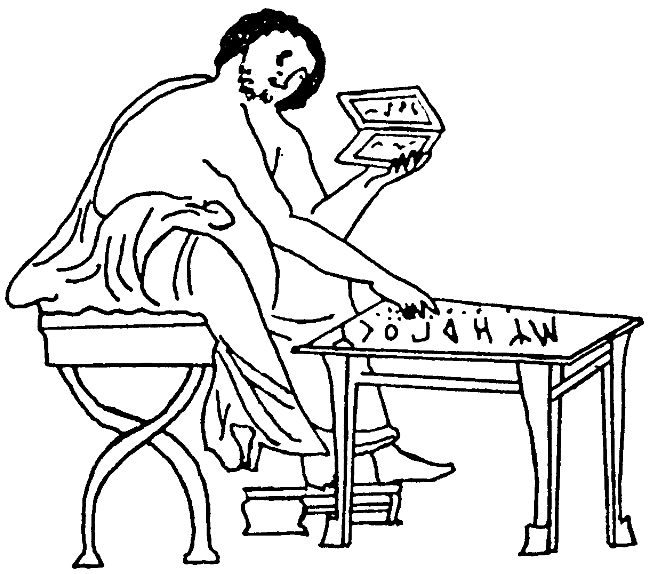

Figura 2.3 Dibujo del contable real en el Vaso de Darío

La segunda muestra es mucho mayor que el Vaso de Darío. Es una auténtica mesa ábaco encontrada en la isla de Salamis, a pocas millas de la costa griega en las proximidades de Pireo. El ábaco de Salamis está roto en dos partes pero es una gran pieza de mármol de 150 cm. de largo por 75 cm. de ancho. No hay indicación de cuándo fue fabricada. Por su tamaño debió usarse en algún tipo de institución pública, probablemente un cambista de monedas o banquero. Conocemos poco sobre su uso, excepto que parece diseñada para realizar operaciones colocando cuentas entre las líneas, y las inscripciones se refieren a ciertos tipos de monedas de la época, tales como dracmas, talentos y óbolos. Se ha especulado por diferentes personas que los espacios entre las líneas superiores se empleaban para calcular fracciones de dracmas.

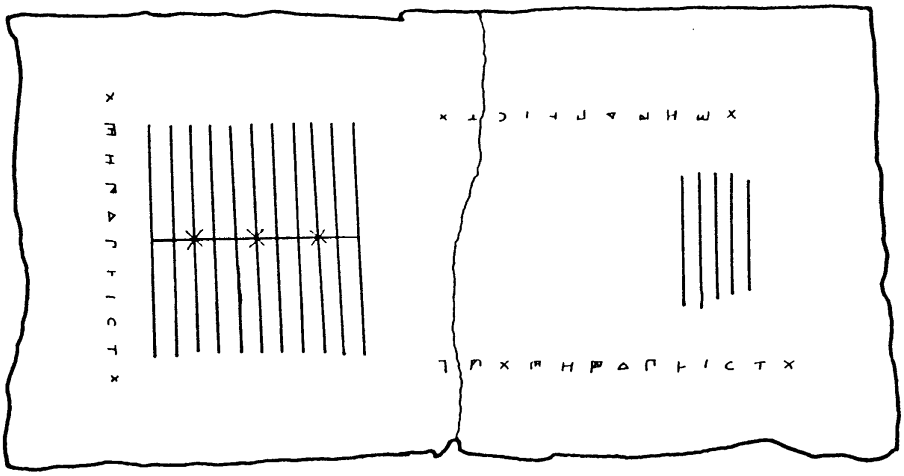

Figura 2.4 El ábaco de Salamis

La palabra ábaco nos da una ayuda en determinar los orígenes de la visión europea. La manipulación de piedras sobre el polvo o el uso de un palo o el dedo en la arena han sido usados en épocas tempranas, según se sabe, para realizar operaciones. Se piensa que la palabra semítica abaq (polvo) es la raíz de nuestra palabra moderna ábaco. La palabra parece haber sido adoptada por los griegos que usaban la palabra abax para nombrar la superficie plana o mesa en la que dibujaban sus líneas de cálculo. El término parece haber sido adoptado por los romanos que llamaban ábacus a su mesa de cálculo.

El término ábacus ha significado varias cosas durante su historia. Se ha aplicado a la tabla de polvo, o de cera, que se usaba como sustituto de papel y tinta, así como a las varias formas de mesa ábaco y los diversos ábacos orientales de alambres y cuentas. Debido a que gran parte de la aritmética se realizaba en el ábaco, el término ábaco ha pasado a ser sinónimo de aritmética, y encontramos tal denominación en Leonardo de Pisa (Fibbonacci) en su libro *Liber Abaci* (1202) (Libro de ábaco) que trata del uso de los numerales arábigos en la realización de cálculos.

La extensión de los numerales arábico-hindúes en Europa, así como el desarrollo de papel barato, ocasionaron la muerte del ábaco. Su uso acabó en Italia en torno al año 1.500, pero debido a prácticas más conservadoras en el norte de Europa, permaneció como modo dominante de realizar operaciones aritméticas hasta bien entrado el siglo dieciocho.

En el siglo XIII la mesa ábaco se había estandarizado a Europa en alguna variante de la forma mostrada en la Figura 2.5. Consiste en una mesa, cubierta de paño, en la que se dibujaban unas líneas con tiza o tinta. Sus líneas indican el valor posicional de las cuentas. La parte inferior representaba la unidades, y cada incremento de línea multiplicaba por 10 el valor inferior. El espacio entre líneas representaba el valor 5 veces la línea inferior. Cuando en una línea aparecen 5 cuentas, se quitan y se pone una en la entrelinea superior; si dos cuentas aparecen en una entrelinea se retiran las dos cuentas y se sitúa una en la línea superior. Se situaban una marca cerca de los millares para facilitar las operaciones.

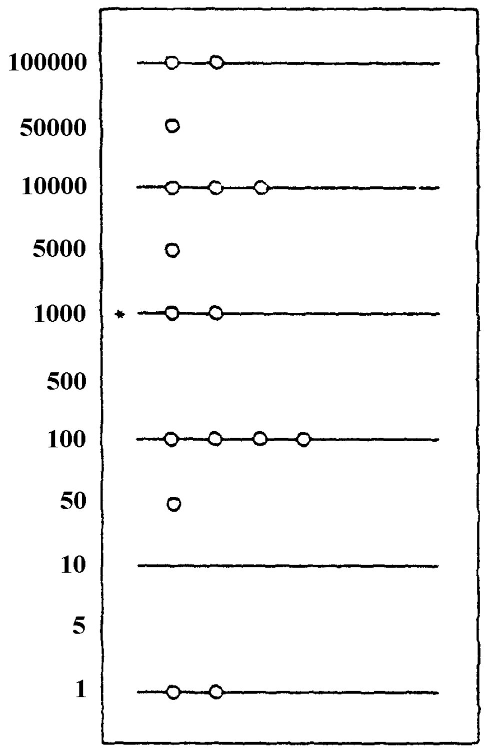

Figura 2.5 Representación de un número en un ábaco europeo

Existían muy pocas mesas de conteo todavía. Sabemos que en cierta época existían un gran número de ellas en las casas de préstamos, siendo objeto común. Por ello nadie ha pensado en conservarlo y quedan tres o cuatro en diversos museos.

En el siglo XIII las cuentas cambiaron por objetos parecidos a las monedas.

Conforme aparecieron los numerales en Europa, el ábaco fue abandonado rápidamente. Su uso fue tan rápidamente abandonado, que cuando los soldados de Napoleón invadieron Rusia en 1.812, trajeron ábacos como trofeos o recuerdos del país.

Hubo al menos dos intentos de reemplazar la mesa ábaco europea por otros contadores más modernos. El primero vino del filósofo romano Boethius que fue decapitado en 524 d.d.C. Boethius escribió un libro sobre geometría dedicando un capítulo al uso del ábaco. Describía cómo en lugar de emplear cuentas se podía representar el número con sólo una cuenta que tuviese los dígitos del 1 al 9 marcados sobre ella. No hay evidencias de que este ábaco se usase extensivamente, pero el museo británico posee algunos ábacos con números marcados en las cuentas en números romanos, y dibujos mostrando numerales con dedos, que se clasifican como piezas de juegos.

La segunda intentona fue realizada por el monje Gerbert de Avrillac, que fue papa con el nombre de Silvestre II. Estudió con el obispo de Vich en el período 967-970 d.d.C. donde tuvo contacto con los numerales árabes, y se sabe que tenía una copia de la geometría de Boethius, y que tomó las ideas de su libro. Gerbert describe el uso de una nueva forma de ábaco en un trabajo que escribió sobre el año 1.000 d.d.C. Su ábaco consistía en una tabla dividida en 30 columnas, 3 usadas para las fracciones y las otras 27 agrupadas de 3 en 3 formaban nuevos grupos de 3 columnas etiquetadas como C (cien), D (diez) y S (uno). Las cuentas se colocaban en cada columna para representar los números de 3 dígitos. La modificación consiste en emplear el tablero con los números marcados en vez de marcar las cuentas. El ábaco de Gerbert carecía de mecanismo para representar el cero. Su ábaco no fue tampoco popular, pero fue usado y se conocen descripciones del mismo.

El ábaco oriental de alambres y cuentas parece haberse ideado en el Oriente Medio en algún momento de la Edad Media. Este tipo de ábaco está desarrollado con varios alambres, cada uno de ellos con diez cuentas. Los turcos lo llamaban *COULBA*, los armenios *CHOREB*, y los rusos, que aún lo usan hoy en día, lo denominan *STCHOTY*. Parece ser que se introdujo en el lejano Oriente a través de los intercambios comerciales, probablemente al ser adoptado por los mercaderes, y penetrar poco a poco en la sociedad.

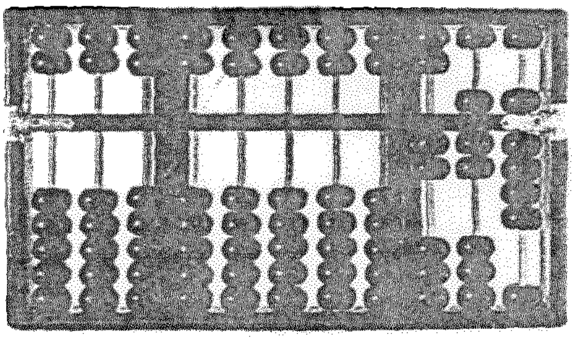

Figura 2.6 El ábaco chino o Swanpan

En torno al siglo XIV estaba ya firmemente asentado en la sociedad china, y consistía en un marco con dos zonas y 17 barras/alambres, con 7 cuentas en cada uno, 5 en la sección inferior (tierra) de valor unidad, y 2 en la sección superior (cielo) de valor 5. De esta forma, en cada alambre es posible representar cualquier número del 1 al 15, aunque un número superior a 9 sólo aparece como resultado intermedio durante el cálculo. Los chinos denominaban a este ábaco *SWANPAN* (o "mesa de cálculo").

De China el ábaco pasó a Japón, probablemente por intercambios mercantiles intensos durante los siglos XV a XVII. Fue adoptado finalmente por la jerarquía gobernante en el siglo XVII, ya que anteriormente los usuarios pertenecían a las clases inferiores de la sociedad, al ser considerada indigna la actividad de contabilidad de monedas por gran parte de la nobleza feudal. El ábaco japonés o *SOROBAN* recuerda al ábaco chino o *SWANPAN* salvo que posee sólo una cuenta en el cielo (peso 5), y las cuentas se han modificado en su perfil, agudizándolo para facilitar el manejo por los dedos del operador. Estos cambios indican que el operador japonés debía ser más capaz de trabajar rápidamente con sumas o restas que implicaban acarreos. El soroban es, sin duda, el último desarrollo del ábaco. Como ya hemos comentado, un operador de soroban bien preparado puede competir con ventaja con una máquina de calcular eléctrica en velocidad y precisión.

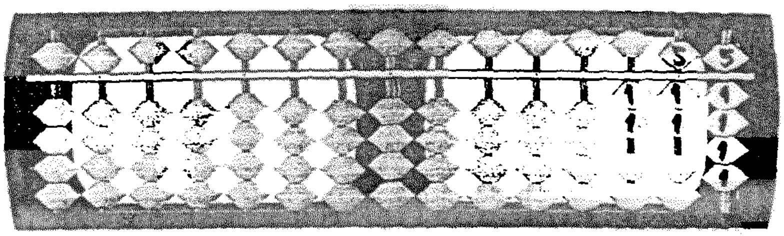

Figura 2.7 El ábaco japonés o Soroban

El ábaco se ha usado también en el nuevo mundo. Existe constancia del uso de ábacos en América del Norte y del Sur por indígenas, aunque no se conoce cómo lo usaban. En 1590 el jesuita José de Acosta escribía sobre los Incas:

> *"En orden a realizar operaciones difíciles para las que un calculador especializado requeriría papel y pluma, estos indígenas usan granos. Colocan uno aquí, tres más allá otra vez y ocho más no sé donde, mueven un grano aquí y allá y son capaces de realizar la operación sin error. De hecho calculan mejor los pagos y cobros que nosotros con papel y pluma".*

Parece obvio que las culturas americanas poseían esta capacidad de calcular lo bastante desarrollada, pero no poseemos constancia de la técnica usada.

2.1.3.- Las Tablas de Neper.

Juan Neper (o Napier) nació en 1550 en Escocia. Conocido más por el invento de los logaritmos, ocupó gran parte de su vida en el diseño de esquemas que facilitasen la labor de realizar operaciones aritméticas. En este campo, según sus palabras realizó tres aportaciones: Los logaritmos, las tablas de multiplicar (a las que denominaba como "Rabdología"), y un tercer método "Aritmética local" que se realizaba en un tablero de ajedrez.

Sin duda usó estos métodos/mecanismos en el cálculo de su primera tabla de logaritmos. El más conocido es el de las Tablas de Neper. Consisten en unas tablas, generalmente de hueso, marfil o cuerno con números grabados sobre ellas. El método de aritmética local fue de poco uso debido al empleo de notación binaria, de difícil comprensión.

Neper no consideraba sus inventos dignos de interés, pero la presión de algunos amigos hizo que en 1617 publicase la descripción de los mismos, el mismo año de su muerte y tres años después de la descripción de los logaritmos.

El método de Neper procede sin duda del método de la celosía para realizar multiplicaciones, método de origen oriental, en el que los números a multiplicar se disponen dígito a dígito en un encajado, situándose en la coincidencia de ambos dígitos el producto, con las decenas en la mitad superior y las unidades en la inferior (Figura 2.8) sumando en diagonal se obtiene el producto buscado.

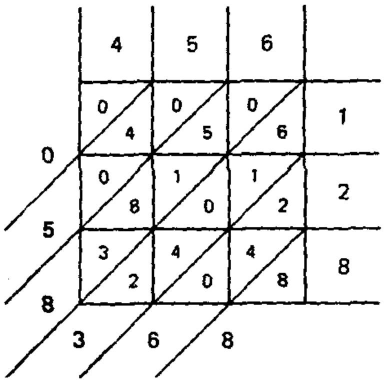

Figura 2.8 Multiplicación por en método de la celosía

Las tablas de Neper son simplemente una colección de las posibles columnas de la celosía, en suma, las tablas de multiplicar (Figura 2.9). Para realizar la multiplicación de dos números, p.e. 456 por 128, se seleccionan las tiras número 4, 5, y 6 y se colocan juntas, anotándose los productos parciales de 456 por 1 obtenidos de la fila 1; de 456 por 2 obtenidos de la fila 2; y de 456 por 8 de la fila 8, situando estos resultados parciales en la celosía. Simplemente sumando en diagonal se obtiene el resultado. La división la facilitan las tablas mediante la determinación de múltiplos del divisor que se calculan con gran facilidad, ahorrando tiempo normalmente empleado en probar multiplicaciones. Mediante dos tablas adicionales se puede extraer raíces cuadradas y cúbicas en un método similar al que aprenden los escolares hoy en día.

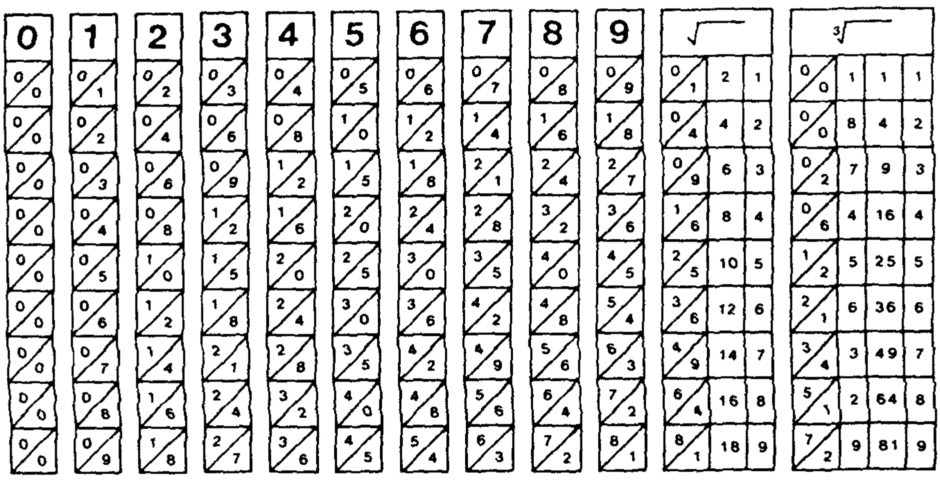

Figura 2.9 Las Tablas de Neper

El uso de las tablas de Neper se extendió rápidamente y en pocos años se encuentran ejemplos desde Europa a China, gracias a la difusión de los Jesuitas, particularmente en China, como veremos a continuación.

La desventaja obvia de las tablas de Neper es la necesidad de anotar y sumar los resultados parciales, que resuelve el propio Neper en un apéndice a su libro, describiendo un conjunto mayor de tiras con el mismo principio y que evitan el anotar y sumar los productos parciales. Este último invento, el "Prontuario de la multiplicación" consiste en una gran caja de metal o madera con una serie de dígitos marcados, y otras tiras con ventanas en forma triangular. Posee 10 copias de la tabla de Neper por cada dígito. Este dispositivo nunca fue popular, probablemente por su complejidad y precio al requerir diez tiras de cada dígito. Sólo se conoce un ejemplo de este prontuario, de 1900, en un museo español, y se cree que se fabricó para demostración únicamente.

Aunque el juego de tablas de Neper más antiguo conocido data de 1620, tres años después de la muerte de Neper no se sabe dónde fueron a parar las de Neper. Se dice que las grabaron en Edimburgo. Lo único cierto es que las tablas de Neper prestaron un gran servicio a la humanidad durante el periodo de uso.

2.1.2.1- Gaspar SCHOTT y Atanasio KIRCHER.

Hemos comentado anteriormente que los principales responsables de la difusión de las tablas de Neper fueron los Jesuitas. Gaspar Schott y Atanasio Kircher eran jesuitas alemanes y matemáticos en la época en que la orden de los Jesuitas enviaba a su personal formado a misiones apostólicas por todo el mundo. Ambos iniciaron su carrera en la universidad de WÜRZBURGO, siendo Schott discípulo de Kircher. La orden de los Jesuitas estableció a Kircher en Roma como centro no oficial de intercambio de información al cual informaban todos los jesuitas del mundo acerca de cualquier invento, observación o teoría. Kircher no pudo con su trabajo, y en 1651 Gaspar Schott llegó a Roma para la publicación del material recopilado por Kircher. La cantidad de información era tan grande que cuando en 1666 muere Schott había producido once densos volúmenes detallando las maravillas que habían comunicado a Kircher todos los científicos de la época.

Uno de estos volúmenes se dedica a la descripción de los métodos matemáticos desarrollados por Kircher para realizar los cálculos requeridos por una persona formada del siglo XVII. En este trabajo, Schott no sólo incluyó los algoritmos, sino que también detalló las ayudas mecánicas usadas en la computación. Una de tales ayudas fue una destacable extensión de las tablas de Neper que Schott llamaba ORGANORUM MATEMATICUM. Es una gran caja conteniendo 10 juegos diferentes de tablas como las de Neper para realizar una gran variedad de tareas:

- -Aritmética: Juego estándar de tablas de Neper.
- -Geometría: Tablas para resolver problemas habituales de taller.
- -Fortificación: Tablas para construir fortificaciones militares estándares.
- -Calendario: Tablas para determinar las fechas del Oriente y tablas para calcular las fiestas cristianas.
- -Tiempo: Tablas para calcular los parámetros de un reloj de sol en todas las superficies independientes de dirección e inclinación.
- -Esférico: Tablas para calcular el movimiento del sol, salida y puesta, en cualquier día del año, y problemas similares.
- -Movimientos planetarios:

Tablas para determinar el movimiento de los planetas y predecir los horóscopos.

-Movimiento de tierras:

Dos juegos de tablas para resolver problemas de excavación y relleno, por ejemplo construcción de canales.

-Música: Tablas para ayudar a los novicios a la composición y creación de melodías.

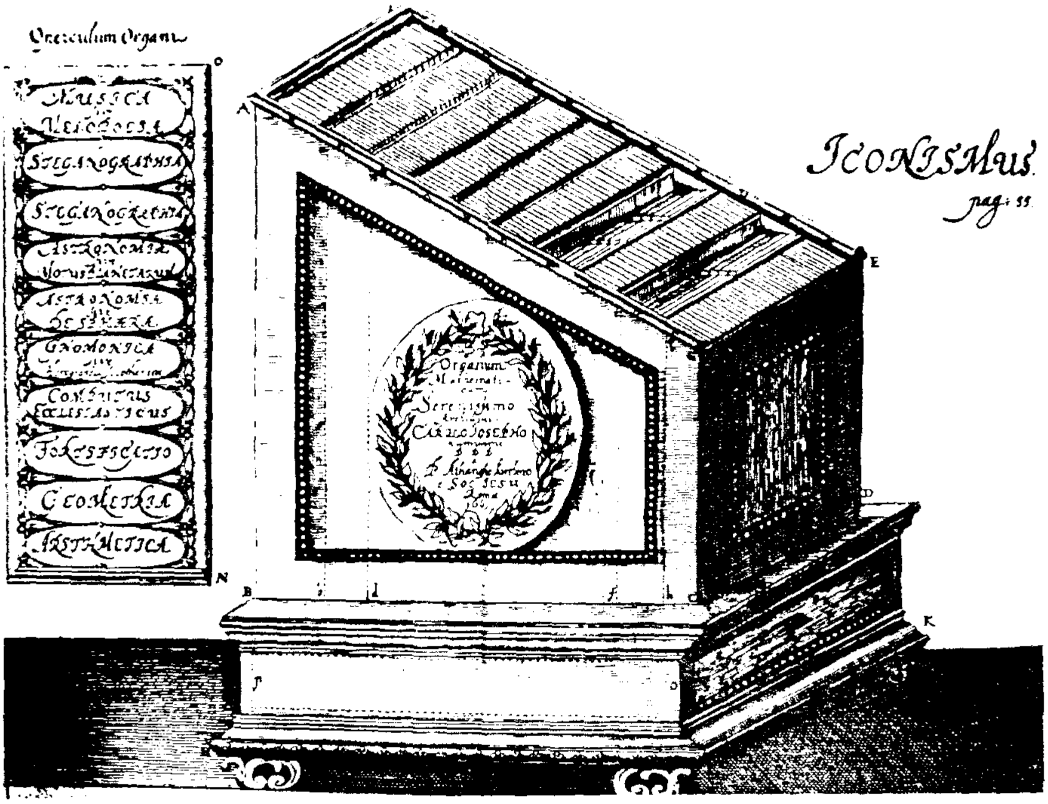

Figura 2.10 Organorum Matematicum de Gaspar SCHOTT y Atanasio KIRCHER

Schott conocía los problemas de usar un juego estándar de tablas de Neper, tales como localizar las tablas correctas, y situarlas en las posiciones adecuadas. Aunque el problema había sido resuelto por Samuel MORLAND algunas años antes (como veremos más adelante), Schott inventó un dispositivo similar independientemente. El resultado fue una caja con una serie completa de tablas de Neper inscritas sobre cilindros que podrían girar sobre su eje con ayuda de una manivela (Figura 2.11). La caja que las alojaba permitía examinar individualmente las posiciones de la tabla a través de ventanas en su frente. La caja poseía una tabla de sumar en la tapa para ayudar al operador. Sin embargo, el dispositivo tendía a equivocar frecuentemente al operador por lo que fue pronto abandonado. Otros dispositivos similares lo fueron por idéntica razón.

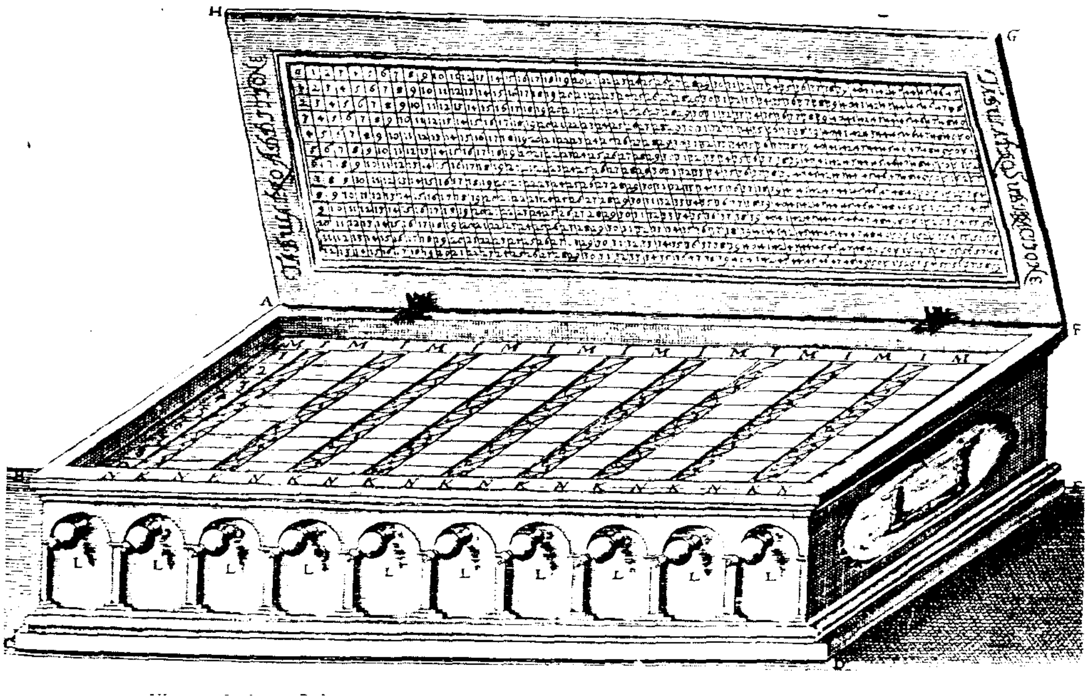

Figura 2.11 Cajas de Gaspar SCHOTT con las tablas de Neper

2.1.3.2.- Primeras adaptaciones de las tablas de Neper.

Una modificación diferente fue intentada por Charles Cottarell en 1667 cuando construyó un juego de tablas en una pequeña caja cuya tapa consistía en un ábaco de bolas y alambres para usar en las sumas parciales. No ha sobrevivido hasta nuestros días ningún dispositivo completo.

Samuel MORLAND construyó dos máquinas diferentes, una de las cuales incorporaba las tablas de Neper. Las máquinas estaban pensadas para actuar en conjunto, sumando la segunda los productos parciales calculados con la primera a partir de las tablas de Neper. De ellas trataremos en las máquinas mecánicas.

2.1.3.3.- Las reglas de Genaille-Lucas.

El último capítulo en el desarrollo de las tablas de Neper como instrumento de cálculo se dio en 1885 cuando en la Asociación Francesa para el Avance de la Ciencia, Eduardo Lucas presentó un problema de aritmética que llamó la atención de Henri Genaille. Genaille resolvió el problema de Lucas, y desarrolló un juego diferente de tablas de Neper en el proceso de solución. Las reglas eliminaban el proceso de acarrear dígitos de una columna a la siguiente en la lectura de los productos parciales. Demostró en la Asociación en 1891 la aplicación, y Lucas lo difundió a través de revistas de matemáticas recreativas en la época.

Las reglas se muestran en la Figura 2.12 y son similares en su uso a las tablas de Neper. Hay una regla para cada dígito del 0 al 9. Cada regla está dividida en 9 fracciones con varios dígitos inscritos en cada sección, y uno o dos puntos de flecha de la izquierda hacia la derecha apuntando a un dígito en particular de la siguiente regla. La figura 2.13 ilustra como encontrar el producto 3271 por 4. Se colocan las reglas del número 0 3 2 7 1 (fijarse en el cero a la izquierda) una junto a la otra. Comenzando por la cuarta sección de la regla más a la derecha, seleccionando el dígito superior de la sección, siguiendo la flecha hacia la izquierda obtenemos los dígitos de la solución, en este caso 13084.

Una vez eliminado el problema de arrastre de dígitos por Genaille, se realizó rápidamente la creación de un juego específico de reglas para la división. Estas reglas de división son similares a las de la multiplicación excepto que la flecha gruesa se reemplaza por varias sencillas. Las figuras 2.37 y 2.38 muestran un juego completo de reglas y el ejemplo de cómo usarlas para dividir 6957 por 6. Nótese la regla especial R situada en el extremo derecho para determinar el resto. Las reglas de la división se usan en sentido inverso a las de la multiplicación. Para dividir el número por 6 se comienza a partir del dígito superior de la sexta sección siguiendo las cifras de izquierda a derecha.

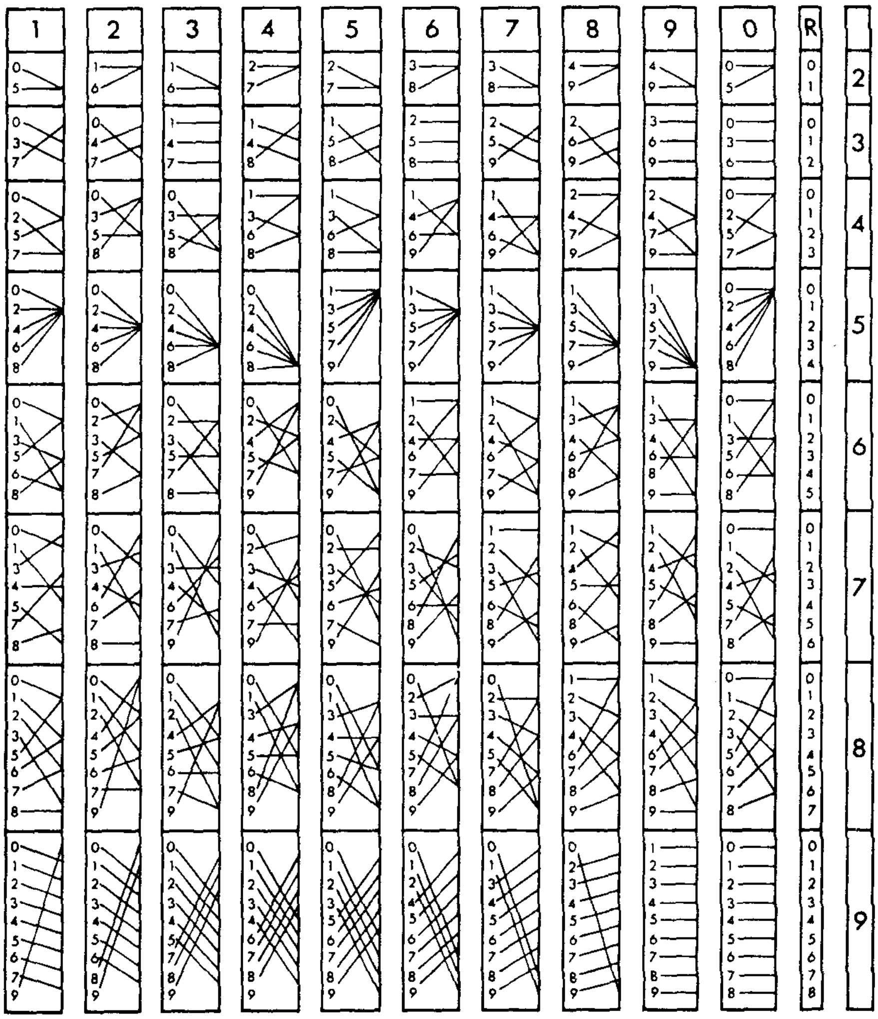

Figura 2.12 Reglas de Genaille Lucas para multiplicación

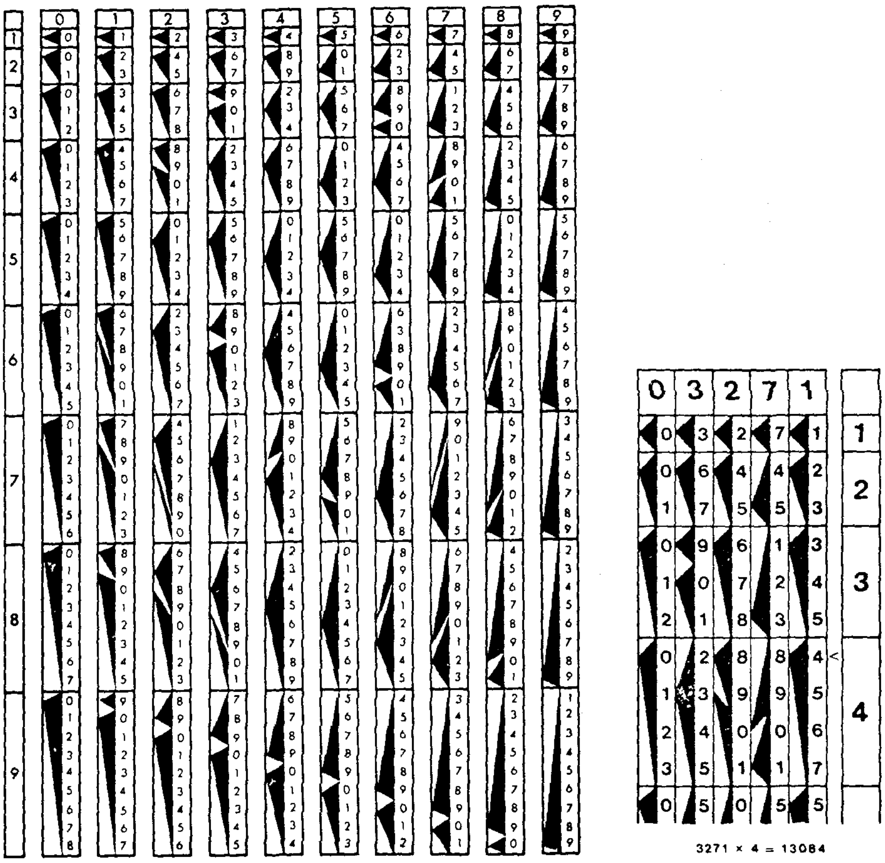

Figura 2.13 Reglas de Genaille Lucas para División

2.2.- Herramientas Analógicas.

2.2.1.- El cuadrante, el compás y el sector

Muchos de los dispositivos descritos hasta ahora son de orígenes tan inciertos que es imposible determinar exactamente cuando o donde se usaron por primera vez. El cuadrante fue un instrumento astronómico y de cálculo que ha sido usado durante cientos de años, antes de sufrir intentos de modificarlo o hacerlo más aplicable. Algunos antiguos astrónomos, como los babilonios o los griegos como Ptolomeo sin duda usaron instrumentos de medida de ángulos entre las estrellas. Durante el siglo XVI la nueva clase europea educada necesitaba herramientas de cálculo para navegación, cálculo, y construcción de relojes de sol sin el tedioso estudio de aprender una teoría completa del movimiento de los cuerpos celestes. El resultado fue que el instrumento básico se modificó, algunas veces sin éxito, hasta un instrumento normalizado que debía poseer cada hombre que tenía los medios para poseer uno.

El cuadrante se conoce en diversas formas con distintas tablas grabadas sobre él. Uno de los mejor conocidos, debido a que ha sobrevivido mucho, es el "Cuadrante de Gunter", diseñado por el profesor de astronomía Edmund Gunter. Sus escalas son similares a las encontradas en el astrolabio, que Gunter comprimió de tal manera que entrasen en un cuarto de círculo. Gunter popularizó dispositivos matemáticos de todas las clases, incluyendo el "sector" y los logaritmos.

Debido a que el cuadrante de Gunter requiere algún conocimiento de astronomía antes de apreciarlo completamente, otro instrumento ligeramente más simple pero no menos potente fue diseñado por Willian Leybourn (1626-1700). En la época hubo un gran número de diferentes cuadrantes disponibles.

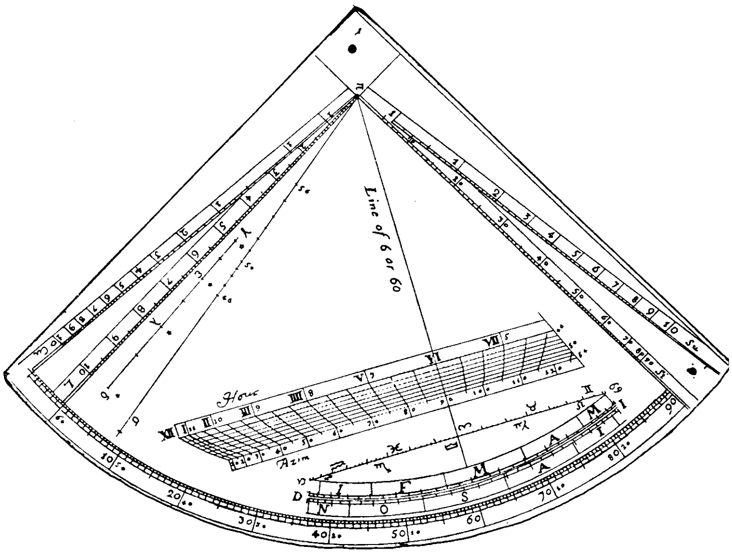

Figura 2.14 Cuadrante

El cuadrante de Leybourn está realizado en bronce, midiendo unos 15 cm. de lado. Dispone de dos orificios en un lado con unos puntos empleados para tomar la elevación de estrellas, edificios, etc. Otro orificio en el centro permite pasar una plomada para extender el uso y transferir medidas de una escala a otra. El propietario del cuadrante podía necesitar también un compás divisor para medir sobre las escalas, aunque la cuerda de la plomada podía realizar esta tarea si no se dispone del compás.

La explicación de las funciones del cuadrante requiere el conocimiento de cómo se definen las funciones trigonométricas en la época. El sistema moderno de definición de funciones trigonométricas se basa en las proporciones entre las longitudes de las líneas dibujadas a los lados del triángulo rectángulo, y el radio del círculo. Antes de adoptar esta sistema, las funciones trigonométricas se consideraban como las longitudes de las líneas dibujadas alrededor del círculo de un determinado radio. La figura 2.15 muestra el círculo y un ángulo (marcado en la circunferencia). Respecto al radio dado, las funciones se definen como la longitud de las líneas, por ejemplo:

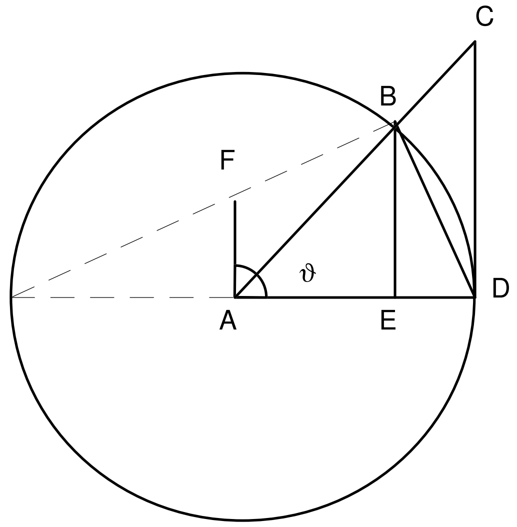

Figura 2.15 Funciones trigonométricas

- Cuerda de ### es la longitud de BD.

- Seno de ### es la longitud de BE.

- Senoverso de ### es la longitud de DE.

- Tangente de ### es la longitud de DC.

- Semitangente de ### es la longitud de AP (tangente del ángulo ###/2).

- Secante de ### es la longitud de AC.

Naturalmente, las longitudes de estas líneas varían con la longitud del radio, por lo que los matemáticos que consultaban una tabla trigonométrica debían saber el radio para las tablas usadas.

Volviendo al cuadrante, en una cara se muestran las escalas correspondientes a cálculos trigonométricos, navegación y observaciones astronómicas. La línea corta central dividida en 100 partes iguales es el radio unidad de las escalas trigonométricas. Este radio es bastante corto para permitir la representación de las tangentes hasta 65° (en la escala marcada T), la longitud del senoverso de 0 a 180º (en la escala marcada VS), la longitud de todas las semitangentes de 0 a 90º (en la escala 1/2T), la longitud de las cuerdas de ángulos de 0º a 90º, y las secantes de 0 a 60º, ambos en la escala marcada 5e, con senos en una parte y secantes en otra.

Las escalas circulares eran ayudas a la observación astronómica, tales como búsqueda de estrellas, hora del día y la noche, y horóscopos. En los círculos interiores se puede observar:

- Lista de 12 estrellas importantes con su declinación del ecuador.

- Signos del zodiaco, con división del cuadrante en 360 partes.

- División del cuadrante en 24 partes que indican la posición de la estrella en términos de horas.

- División usual del cuadrante en 90 grados.

En la parte posterior se encuentran otras escalas para calcular cuadrados, raíces cuadradas, cubos, raíces cúbicas y otro juego para determinar la posición del sol en cualquier momento para la construcción de relojes de sol.

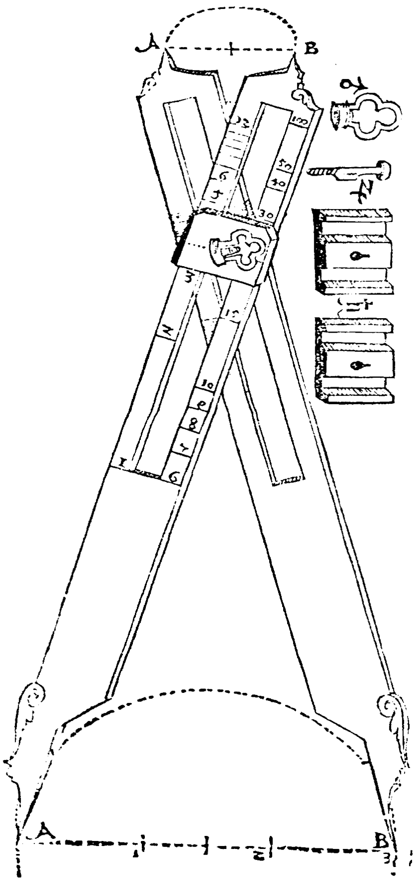

Figura 2.16 El compás proporcional

El compás

El compás proporcional es muy similar a un compás divisor, excepto en que los brazos del compás se unen en un punto central variable. Permite realizar reducciones y ampliaciones de un dibujo, dividir un círculo en un número de partes iguales, y determinar raíces cuadradas y cúbicas. La unión entre los dos brazos ajustables permite crear brazos de diferentes longitudes. Grabadas sobre cada brazo se dispone de marcas para facilitar el ajuste del pivote central. Por ejemplo, con el pivote en la posición 1, la medida entre la distancia entre los puntos del lado mayor se dividen por dos en el otro extremo. La escala generalmente variaba de 1 a 10. Disponía de otras escalas especiales, para división de círculos, raíces cuadradas y cúbicas, para facilitar la reducción/ampliación de superficies y volúmenes.

El sector:

Al elevarse el nivel tecnológico necesario para las aplicaciones militares en la segunda mitad del siglo, surgieron las necesidades de instrumentos de cálculo de uso tan fácil como el compás proporcional, pero más potentes. Parece que distintas personas idearon independientemente entre 1584 y 1606 el instrumento. Aunque todos son muy parecidos, el creado en Padua por Galileo fue el más útil y ampliamente difundido de todos ellos. Galileo publicó una descripción de su sector en 1606, pero antiguos manuscritos muestran que desde 1597 trabajó con ellos, por lo que pudo haber fabricado algunos más anteriormente a esta fecha. Galileo llamó a su invento "compás geométrico y militar" debido al uso inicial dado para la artillería. Galileo fabricó él mismo y con artesanos de la época aproximadamente unos 300 sectores antes de trasladarse de Padua a Florencia en 1610.

El desarrollo de métodos en el siglo XVI para permitir la forja fiable de cañones tuvo gran influencia en las guerras en Europa. Al final del siglo, se disponía de un gran número de cañones y se requerían cálculos para usar los nuevos medios. Se idearon instrumentos elementales para determinar la elevación del ángulo de tiro, el tamaño de la bala y la cantidad de pólvora a usar en función del rango de tiro.

El "compás del cañonero" era un dispositivo similar en una escuadra de carpintero, con un brazo más largo que el otro y una plomada en el ángulo. La pieza larga se introducía en la boca del cañón y la plomada indicaba los "puntos" de elevación de la pieza, sobre una escala de 12 puntos. Así 6 puntos eran 45º y 2 puntos 15º.

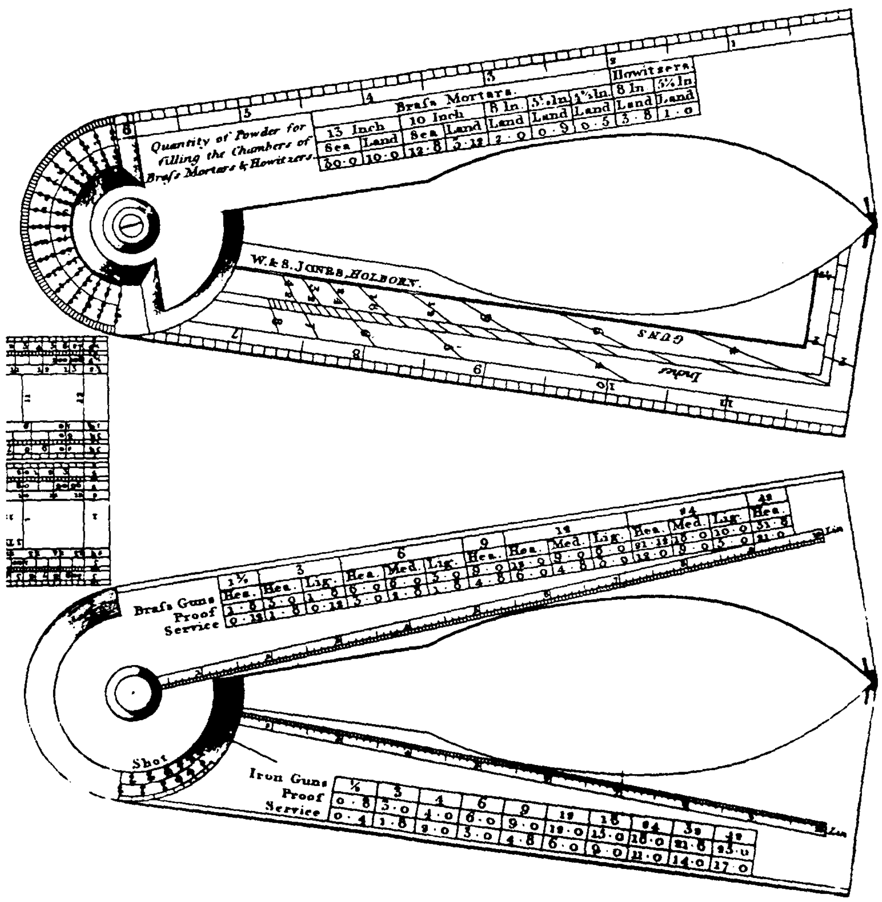

Figura 2.17 El sector

En un costado del compás se marcaba una serie de tablas para calcular la pólvora en función de la tabla. A menudo estas tablas eran imprecisas. Si se experimentaba sin control se podían errar los tiros, o todavía peor, reventar el cañón y matar a los artilleros.

El sector en su forma final consta de dos brazos unidos en una articulación, cada brazo de 15 a 30 cm. y con escalas marcadas en forma de regla que se iniciaban en el punto del pivote. La precisión del sector se basa en la exactitud del fabricante en fijar la posición del inicio de las escalas en este pivote. Cada brazo se debe marcar con dos juegos iguales de escalas, usualmente se realizan de bronce, aunque se conocen algunos realizados con plata, siendo más ligeros y baratos y no descoloría como los de bronce.

El mecanismo usual de operación del sector era tomar una medida con un compás, y abrir el sector hasta que los puntos del compás coincidiesen con la distancia en un punto de la escala en ambas reglas. Manteniendo el sector abierto este ángulo, se puede encontrar la respuesta a varios problemas entre otros puntos de los dos brazos. Por ejemplo, para encontrar la solución a un simple problema aritmético tal como 100/7, se usaban las escalas identificadas como "línea de partes iguales". Esta línea va desde el pivote de la articulación hasta el extremo de cada brazo, estando habitualmente dividida en 1000 partes iguales. Usando un compás se miden 100 unidades de la línea de partes iguales. Ahora se procede a encontrar dos números, uno de los cuales es 7 veces el otro en la línea de partes iguales, por ejemplo 140 y 20. Abriendo el sector hasta que la longitud entre los dos puntos de las escalas marcadas como 140 sea 100, apertura que logramos ayudándonos con la longitud 100 anotada en el compás. Ahora, fijo en esta posición, la distancia entre los puntos marcados como 20 en cada escala nos da la solución 100/7, que es aproximadamente 14,25. El proceso de medida se ilustra en la figura 2.22, donde podemos ver un hombre manejando un compás y el sector. Una técnica similar se usa para dividir una línea en 7 partes. Se grababan diversas escalas sobre el sector en función del uso del dispositivo. Por ejemplo se encuentran escalas para encontrar volúmenes en función del diámetro, peso en función de dimensiones y el material (p.e. hierro, bronce, piedra) etc.

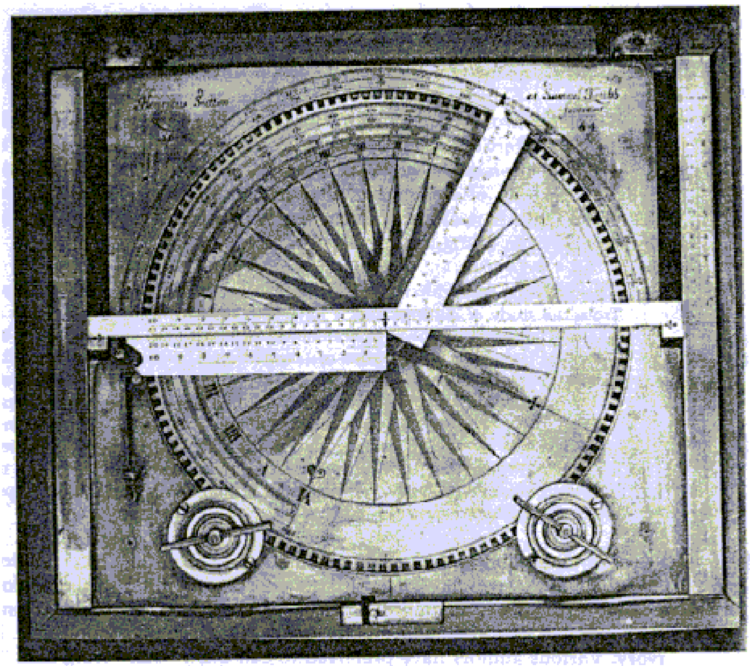

Figura 2.18 Máquina de cálculo trigonométrico de Samuel Morland

En torno al siglo XIX el sector combinaba un cierto número de instrumentos más antiguos para realizar sus funciones. El sector no es un instrumento simple comparable al compás. Existen varios ejemplos que muestran que en distintas ocasiones se intentó mecanizar la idea del sector. El ejemplo más famoso fue el dado por Samuel Morland, mencionado ya como inventor de algunas máquinas de sumar. Morland combinó en un dispositivo el sector básico con algunos engranajes para producir una robusta máquina de calcular trigonométrica, mostrada en la Figura 2.18. Está realizada en bronce con una capa de plata superficial. Las dos asas de la porción inferior poseen engranajes para mover en dos sentidos diferentes. La de la izquierda gira en el sentido central, mientras que la segunda mueve la regla horizontal arriba y abajo sobre la superficie del instrumento. Los dos brazos del sector están situados de tal manera que uno de ellos gira al girar el disco, mientras que el otro puede bien fijarse en posición horizontal en el centro del disco o puede ser arrastrado en su rotación por la rueda central. Las escalas marcadas en el disco y en los bordes del instrumento se usan para medir grados o los puntos correspondientes del compás.

Este dispositivo, debido a la fijación mecánica tenía obvias ventajas sobre el sector elemental en el cálculo de navegación en el mar. Los ajustes mecánicos permiten una lectura mucho más fina de las escalas que el compás usado en la transferencia de las lecturas de una escala a otra.

2.2.2.- El astrolabio.

El astrolabio es un dispositivo para realizar muchas diferentes observaciones y cálculos astronómicos. Se dice en los antiguos tratados que podía realizar más de 1000 cálculos diferentes. Su historia es bastante clara desde la llegada de los árabes, aunque antes de ellos se ha mitificado mucho y se conoce poco. Los antiguos babilonios poseían una capacidad avanzada para realizar observaciones muy precisas del cielo, poseían un calendario muy desarrollado, dividían el círculo en 360 partes, habían desarrollado el concepto de zodíaco con 12 signos y poseían elementales mapas estelares. No se ha encontrado nada que indique que allí y entonces se inventó el astrolabio, pero sí es cierto que sus trabajos son básicos para la producción de instrumento en la famosa escuela de Alejandría. El astrolabio más antiguo conocido procede de 1062 d.d.C., pero los escritos de Ptolomeo implican que su técnica era conocida por Hiparco (180-125 a.C.) El concepto fundamental para crear el astrolabio es la proyección, o capacidad de construir un mapa de la esfera celeste en un mapa plano, usualmente asumido como el plano del ecuador terrestre. Esta proyección, llamada "estereográfica" fue mencionada por Ptolomeo en su libro "El Almagesto", escrito en el siglo I d.d.C. Otros autores griegos, como Teón de Alejandría (430 d.d.C.) y Juan Pilopono (625 d.d.C.) escribieron libros que describen el instrumento, por lo que debe haber estado en uso desde los primeros siglos de la era cristiana.

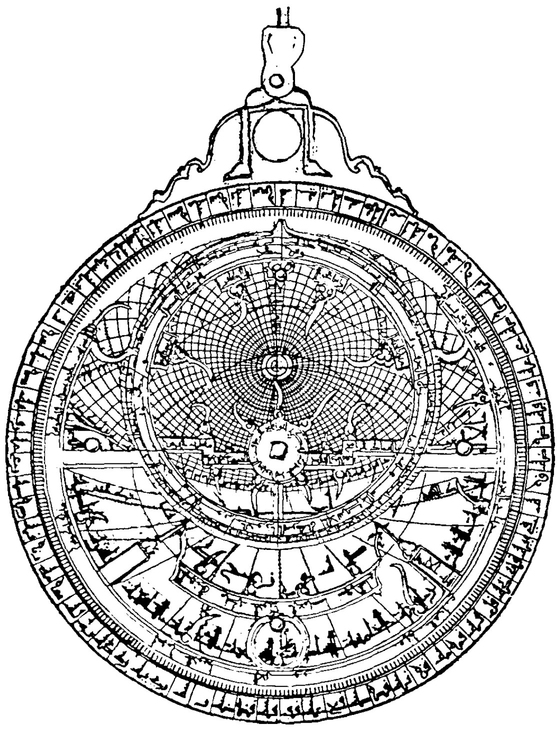

Figura 2.19 El Astrolabio

La forma tradicional de dispositivo era un cierto número de discos de metal grabados con lo que parecen los hilos de una araña, que encajan en un soporte exterior llamado "la madre". En la parte superior de los discos de metal se halla colocado un relieve, llamado "rete", que posee un gran círculo con una secuencia de puntos en forma de daga. Las telas de araña marcadas sobre los discos son proyecciones esferográficas de la esfera celeste, tal y como se vería en alguna latitud particular de la superficie de la tierra, así como un mapa de la tierra mostrando el trópico de cáncer y el ecuador. El gran círculo de la "rete" es una representación del zodíaco (un mapa de la posición del sol en el cielo en diferentes días del año), mientras que los puntos de la daga indican la posición de algunas estrellas prominentes.

Rotando el rete sobre los platos grabados es posible el realizar cálculos como:

- Calcular la posición del sol y las principales estrellas en cualquier hora de en día dado del año.

- Hallar la latitud del observador, incluso durante los días en que no son visibles.

- Calcular cuántas horas de luz solar hay entre la salida y puesta de sol de cualquier día del año

- Calcular las horas de entreluz en la salida y puesta de sol de cualquier día del año.

- Saber la hora, día y noche.

Hallar la posición de las estrellas y el sol a cualquier hora del día es muy importante para predecir el horóscopo. La posición de los planetas se determinaba por un instrumento similar llamado planetario equatorium.

2.2.3.- Los logaritmos y la regla de cálculo deslizante.

En la época de Neper la computación era algo tan duro que muchos matemáticos intentaron crear instrumentos para facilitar el problema. Los desarrollos tales como el sector y varios tipos de cuadrantes son los primeros ejemplos de esta forma de pensar. Los problemas de cálculo más importantes de la época estaban relacionados con astronomía, navegación y horóscopos, todos ellos interrelacionados. Estos problemas llevaron a un gran número de matemáticos al desarrollo de la trigonometría. 25 años antes de la publicación por Neper de su descripción de los logaritmos, el problema de facilitar el trabajo en la multiplicación de dos senos se había resuelto por el "método de la prostaféresis", que corresponde a la fórmula:

$$\mathrm{sen}(a) \times \mathrm{sen}(b) = (\cos(a-b) - \cos(a+b))/2$$

ya que se reemplaza una costosa multiplicación por sumas, restas, y una elemental división por 2. Esta formula espoleó a matemáticos, incluido Neper, a buscar otros métodos para simplificar las difíciles operaciones aritméticas. De hecho, otras diversas fórmulas se desarrollaron durante la época de Neper, pero únicamente el desarrollo de la prostaféresis fue de un uso real excepto en circunstancias especiales. Sabemos que Neper conocía y usaba el método de la prostaféresis, y que puede haber influido en su pensamiento, ya que los logaritmos los calculaba no de números sino de senos.

Otro factor en el desarrollo de los logaritmos en este momento fue que se habían estudiado con gran extensión las propiedades de las series geométricas y aritméticas en el siglo anterior. Conocemos que cualquier número en una serie aritmética son los logaritmos de una correspondiente serie geométrica. Por ejemplo, la primera de las dos series siguientes es geométrica, con cada número igual a dos veces el anterior, mientras que la serie bajo ella es una serie aritmética obtenida de los logaritmos en base 2 de la anterior:

Números naturales:	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
Logaritmos:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Se conocía desde largo que, si tomamos dos números cualesquiera de una serie aritmética, por ejemplo 3 y 4, su suma indica el término en la serie geométrica que es el producto de las dos anteriores, en este caso 3+4 = 7, 8x16 = 128 (el tercer término por el cuarto es igual al séptimo). Este es el punto de partida para llegar a nuestra concepción de logaritmos como número elevado a una cierta base, concepto no entendido en la época de Neper. A menudo, el uso de una notación correcta sugiere algún principio matemático básico. Nuestro uso de índices para indicar la potencia a la que se eleva el número parece tener una conexión obvia con los logaritmos, pero sin esta notación, la conexión es vaga.

Otro problema notacional al final del siglo XVI fue el modo de expresar las fracciones decimales. El punto decimal se había sugerido sólo unos años antes, en 1585, y no estaba en uso general. Antes de que el punto decimal fuese de uso general, era común indicar la fracción decimal por tres métodos diferentes: Si querías escribir 3,14159 se realizaba como 3 1/10 4/100 1/1000 5/10000 9/100000, o más comúnmente 3, 1´4´´1´´´5´´´´9´´´´´ o incluso 3(0) 1(1) 4(2) 1(3) 5(4) 9(5). Neper usó esta última notación cuando escribió su libro Rabdología.

Neper llegó a la idea de los logaritmos no a partir de álgebra y los índices, sino a través de la geometría. En sus primeras ideas expresaba los logaritmos con el término de números artificiales, aunque creó la palabra logaritmo a partir de raíces griegas que significan "razón de números". No conocemos cuánto tiempo trabajó Neper antes de alcanzar la impresión de que el concepto estaba listo para su publicación en el año 1614 en un pequeño volumen titulado "Descripción del Canon Admirable de los Logaritmos".

La descripción era justo eso, una descripción de la tabla de los logaritmos de senos, con las reglas para realizar multiplicaciones, divisiones o el cálculo de potencias y raíces.

Henry Briggs (1561-1631), profesor de geometría, comenzó inmediatamente a popularizar y divulgar el concepto de logaritmo en sus clases y creó y modificó diversas tablas. propuso el cambio de la base de los logaritmos para facilitar su uso y fue la causa de adoptar la base 10 conocida hoy en día. Briggs recalculó los logaritmos entre 1 y 20000 y entre 90000 y 100000, con 14 cifras, con sólo 1161 errores, algunos en ###1 en la última cifra, mientras que otros son errores de impresión o copia, que se pueden detectar con gran facilidad.

El calcular tablas libres de errores fue un campo de trabajo bastante importante a partir de este momento, ya que en sólo 20 años el uso de los logaritmos se extendió por todo el mundo. Los trabajos de difusión de Briggs llegaron a oídos de Edmund Gunter, otro profesor, ya comentado al hablar de los cuadrantes, hombre muy práctico que tenía que trabajar en problemas de astronomía, navegación y construcción de relojes de sol, que requieren gran cantidad de cálculos con funciones trigonométricas. Las tablas de Briggs sólo eran de uso marginal, así que Gunter calculó tablas de logaritmos de senos y tangentes en cada minuto del cuadrante con ocho cifras, publicadas en 1620.

Gunter era familiar con el proceso de usar compás para medir distancias en las escalas del sector. Su experiencia le condujo a dibujar la escala logarítmica en una regla de madera para facilitar la suma de longitudes. Esto evita el cálculo mental de adición y la búsqueda en la tabla de logaritmos. La madera de Gunter se conoció como la "Línea de Números de Gunter", cuyo uso se popularizó con gran velocidad. Consistía en una regla de 60 cm. de longitud con la escala marcada en el borde. La prematura muerte de Gunter a los 45 años impidió que realizase posteriores modificaciones.

La mejora de la regla de Gunter vino de manos de William Oughtred (1574-1660), quien ante el inconveniente de usar el compás para "copiar" longitudes de líneas, ideó que con dos reglas con las escalas marcadas se podía realizar lo mismo sin este inconveniente mediante el deslizamiento de una regla sobre la otra. Asimismo vio con dos discos, uno menor que otro, con la escala grabada en el borde, al rotarlos uno relativo al otro se obtiene el mismo efecto que con la regla de Gunter. Oughtred comunicó estas ideas a sus discípulos sin comunicar resultados, lo que hizo que uno de ellos, Delamain, se atribuyese la idea de los mismos.

James Watt, inventor de la máquina de vapor en los comienzos del s. XVIII precisó un instrumento de cálculo rápido y preciso. Diseñó un regla consistente en una pieza deslizante entre dos barras fijas, diseño ya usado anteriormente, y grabó con gran cuidado las escalas básicas y otras tablas de constantes usuales. Su regla era bastante precisa y pronto recibió pedidos de copias.

La última modificación de la regla se hizo en 1850 por el artillero francés Amadeo Mannhein (1831-1906), que le incluyó a la regla el cursor movible que conocemos en la regla de hoy.

Ejemplo: $1{,}277^{2{,}22} = 1{,}72$ **(Fig. 18).**

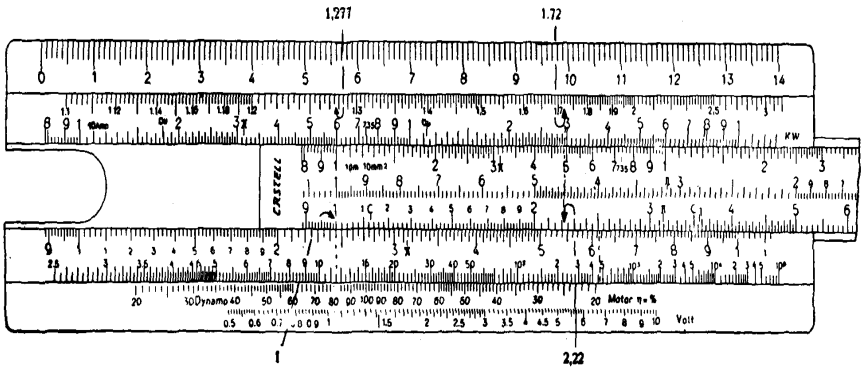

Fig. 18

Se coloca mediante la raya del cursor la cifra 1 de la escala C (C 1) debajo de 1,277 de la escala LL_2, se hallará en la escala LL_2 el resultado 1,72 encima de la cantidad 222 de la escala C.

Ejemplo: $11{,}5^{2{,}53} = 483$ **(Fig. 19).**

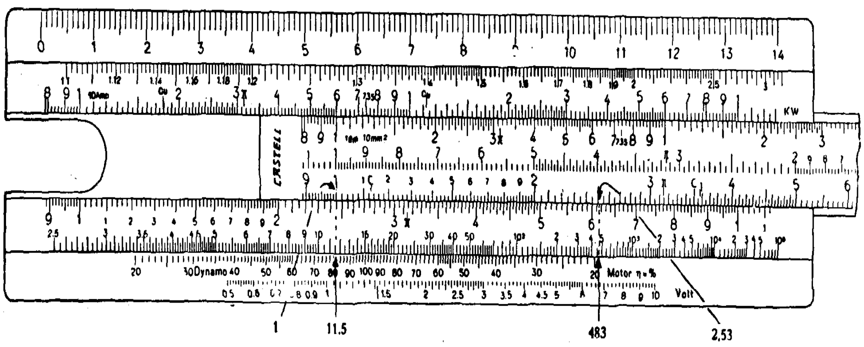

Fig. 19

Figura 2.17 Regla de cálculo